

Contribution à une mathématique des hexagrammes

Philippe Lemoisson – Février 2026

1. écriture des hexagrammes sous forme de matrices uni colonne binaires

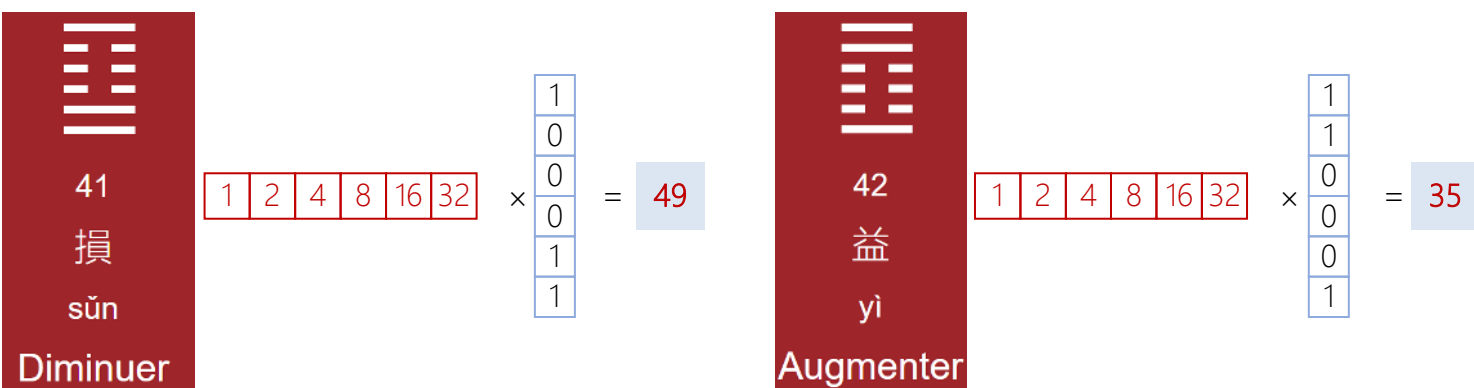
Un hexagramme peut être écrit sous forme de matrice uni colonne **H** dont chaque niveau est un « bit » (valeur = 0 ou 1). Ce bit est associé à une puissance de 2, avec la convention :

-  Yin → bit=0  Yang → bit=1
- le bit du bas (trait n°1) correspond à la puissance de 2 la plus forte : $2^5=32$
- le bit du haut (trait supérieur) correspond aux unités : $2^0=1$



A cette matrice H est associé un numéro de Leibniz 'h' unique : $h = \text{Leibniz}(H) = \text{LBZ} \times H$, avec

$$\text{LBZ} = [1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32]$$




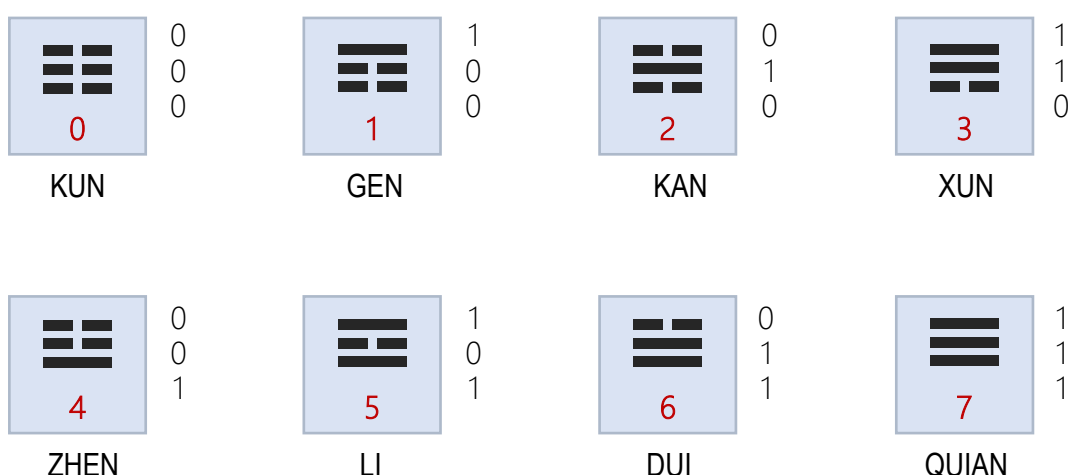
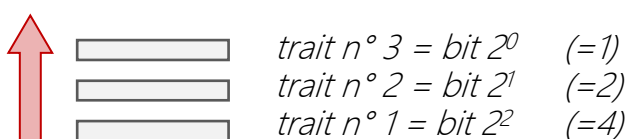
Soit h le numéro de Leibniz d'un hexagramme, appelons **KID** * la fonction qui produit la matrice uni colonne $H=[b_i]_{i=0 \text{ à } 5}$ à coefficients valant 0 ou 1 vérifiant l'égalité $\text{LBZ} \times H = h$.

$$h = \text{Leibniz}(H) = \text{LBZ} \times H \iff H = \text{KID}(h)$$

* avec les fonctions mathématiques disponibles dans Excel : $b_i = \text{KID}_i(h) = \text{mod}(\text{quotient}(h ; 2^i) ; 2)$

Un **trigramme** peut être écrit sous forme de matrice uni colonne **H** dont chaque niveau est un « bit » (valeur = 0 ou 1). Ce bit est associé à une puissance de 2, avec la convention :

-  Yin → bit=0  Yang → bit=1
- le bit du bas (trait n°1) correspond à la puissance de 2 la plus forte : $2^2=4$
- le bit du haut (trait supérieur) correspond aux unités : $2^0=1$



2. Calcul des nucléaires et des cardinaux

$$H = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \text{ Nucléaire } (H) = K = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = K_1 + K_2 \text{ où } K_1 = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}$$

Considérons les matrices carrées A et B :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$LBZ \times K = LBZ \times (K_1 + K_2) = 0,5 \times LBZ \times A \times H + 2 \times LBZ \times B \times H = LBZ \times (0,5 \times A + 2 \times B) \times H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 10 & 20 & 32 & 0 \end{bmatrix} \times H$$

En remplaçant H par KID(h), nous obtenons :

$$\text{Leibniz (Nucléaire(h))} = 1 \times KID_1(h) + 10 \times KID_2(h) + 20 \times KID_3(h) + 32 \times KID_4(h)$$

Propriété 1 Deux hexagrammes qui ont les mêmes nucléaires ont nécessairement leurs traits 2, 3, 4 et 5 identiques.

Démonstration

Soient $H = [h_i]_{i=0 \text{ à } 5}$ et $K = [k_i]_{i=0 \text{ à } 5}$ deux hexagrammes ayant le même nucléaire ; nous pouvons écrire $1 \times (h_2 - k_2) + 10 \times (h_3 - k_3) + 20 \times (h_4 - k_4) + 32 \times (h_5 - k_5) = 0$

Or les $(h_i - k_i)$ ont pour valeurs absolues 0 ou 1

$(h_5 - k_5)$ vaut nécessairement 0, car en valeur absolue, 32 ne saurait être neutralisé par $1 + 10 + 20$

L'égalité devient : $1 \times (h_2 - k_2) + 10 \times (h_3 - k_3) + 20 \times (h_4 - k_4) = 0$

$(h_4 - k_4)$ vaut nécessairement 0, car en valeur absolue, 20 ne saurait être neutralisé par $1 + 10$

L'égalité devient : $1 \times (h_2 - k_2) + 10 \times (h_3 - k_3) = 0$

$(h_3 - k_3)$ vaut nécessairement 0, car en valeur absolue, 10 ne saurait être neutralisé par 1

L'égalité devient : $1 \times (h_2 - k_2) = 0$

$$H = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \text{ Cardinal } (H) = K = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = K_1 + K_2 + K_3 \quad \text{avec } K_1 = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad K_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Par ailleurs } K_2 = C \times H, \text{ où } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$LBZ \times K = LBZ \times (K_1 + K_2 + K_3) = (0,25 + 1 + 4) \times LBZ \times K_2 = 5,25 \times LBZ \times C \times H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 21 & 42 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times H$$

En remplaçant H par KID(h), nous obtenons :

$$\text{Leibniz (Cardinal(h))} = 21 \times KID_2(h) + 42 \times KID_3(h)$$

Propriété 2 Deux hexagrammes qui ont les mêmes cardinaux ont nécessairement leurs traits 3 et 4 identiques.

Démonstration

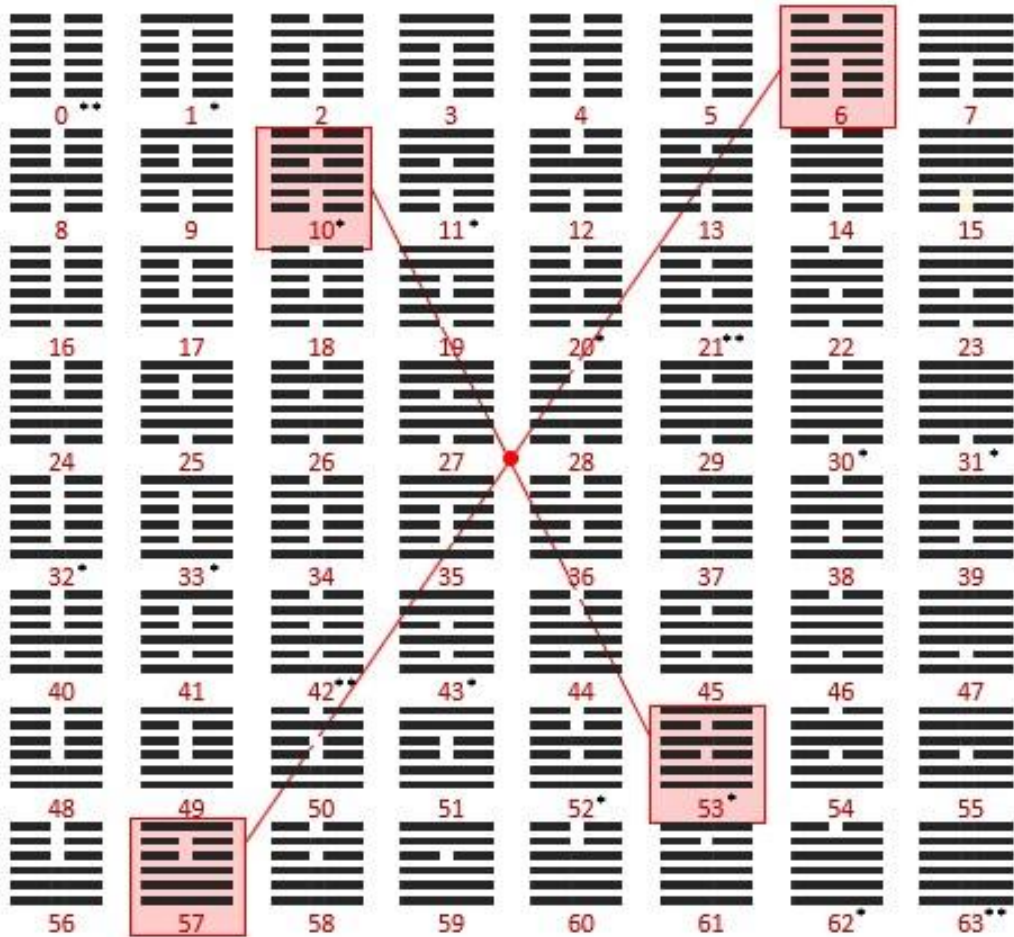
Soient $H = [h_i]_{i=0 \text{ à } 5}$ et $K = [k_i]_{i=0 \text{ à } 5}$ deux hexagrammes ayant le même cardinal ; nous pouvons écrire : $21 \times h_2 + 42 \times h_3 = 21 \times k_2 + 42 \times k_3$

équivalent à : $21 \times (h_2 - k_2) = 42 \times (k_3 - h_3)$

équivalent à : $(h_2 - k_2) = 2 \times (k_3 - h_3)$

Or h_2, k_2, h_3, k_3 valent 0 ou 1 et donc l'égalité n'est possible que si $[h_2 = k_2 \text{ ET } k_3 = h_3]$.

3. Etude des complémentaires



Deux hexagrammes sont dits **complémentaires** quand les traits *Yin* chez l'un sont *Yang* chez l'autre et réciproquement.

Propriété 3 Soient H_1 et H_2 deux hexagrammes, h_1 et h_2 leurs numéros de Leibniz, les trois propositions suivantes sont équivalentes :

- a. H_1 et H_2 sont disposés symétriquement par rapport au centre ● de la figure ci-dessus
- b. $h_1 + h_2 = 63$
- c. H_1 et H_2 sont complémentaires

Démonstration de l'équivalence entre a. et b.

Il est possible de déplier le carré en une ligne de 64 hexagrammes rangés de 0 à 63, H_1 et H_2 sont symétriques est alors équivalent à $h_1 - 0 = 63 - h_2$

Démonstration de l'équivalence entre b. et c.

Si deux hexagrammes sont complémentaires, leur somme en base 2 calculée trait à trait donne pour chaque trait $0+1=1$ ou $1+0=1$; or l'hexagramme dont chaque trait vaut 1 a pour numéro de Leibniz 63. Réciproquement, l'équation $h_1 + x = 63$ n'admet qu'une solution h_2 ; h_2 est donc nécessairement le numéro de Leibniz du complémentaire de H_1 .

Propriété 4 Le symétrique d'un nucléaire (repéré sur la figure par *) est le nucléaire du symétrique.

Démonstration

Notons $H = [h_i]_{i=0\text{à}6}$; le complémentaire de H est $\underline{H} = [1-h_i]_{i=0\text{à}6}$

En vertu de la propriété 1, il suffit de démontrer que :

$$\text{Leibniz}(\text{Nucléaire}(H)) + \text{Leibniz}(\text{Nucléaire}(\underline{H})) = 63$$

$$\text{Leibniz}(\text{Nucléaire}(\underline{H})) = \boxed{0 \ 1 \ 10 \ 20 \ 32 \ 0} \times \underline{H}$$

$$= 1*(1-h_1) + 10*(1-h_2) + 20*(1-h_3) + 32*(1-h_4) = 63 - (1*h_1 + 10*h_2 + 20*h_3 + 32*h_4)$$

$$= 63 - \boxed{0 \ 1 \ 10 \ 20 \ 32 \ 0} \times H = 63 - \text{Leibniz}(\text{Nucléaire}(H))$$

Propriété 5 Le symétrique d'un cardinal (repéré sur la figure par **) est le cardinal du symétrique.

Démonstration

La propriété 5 est un cas particulier de la propriété 4 puisque les cardinaux sont des nucléaires de nucléaires.